

# Desestacionalización de series de tiempo económicas: introducción a la metodología

Víctor M. Guerrero\*

## Introducción

Es indudable que la mayoría de las metodologías para analizar información se ha originado en los países desarrollados. Esto se debe, entre otras causas, a que en ellos hay gran preocupación por usar de modo eficiente la enorme cantidad de datos que se recolectan continuamente. De igual manera, no hay duda de que el análisis de los aspectos económicos es de vital importancia para la planeación y el control adecuados, así como para alcanzar las metas fijadas en los planes gubernamentales. Por este motivo, el análisis de series de tiempo económicas ha contado con el apoyo de los gobiernos de aquellos países.

En las naciones en desarrollo el panorama es un tanto distinto, ya que aun cuando algunos tomadores de decisiones están conscientes de la utilidad de un análisis profundo de la información económica, esto no puede considerarse como el caso común. Por otro lado, al haber dos o más metodologías para realizar un mismo tipo de análisis, es preciso efectuar una discriminación para elegir la que se adapte de manera más razonable a las necesidades particulares. En lo que respecta a la desestacionalización de series de tiempo económicas esto es particularmente cierto, ya que si bien se dispone de gran variedad de metodologías, es necesario conocer los puntos favorables y desfavorables de cada una para seleccionar la más apropiada.

Por otro lado, hasta hace poco la falta de capacidad de cómputo limitaba la realización de un análisis por estacionalidad. Afortunadamente, esto no ocurre en la actualidad y casi todos los métodos podrían instrumentarse en computadoras personales. Ello obliga a calificar de injustificado que no se efectúe la desestacionalización de series de tiempo de manera rutinaria y con los métodos más avanzados, como parte de un análisis de la información previo a la toma de decisiones. Falta, entonces, tener conciencia de que es factible realizar dicha tarea, así como entender por qué es necesaria. Con tal objetivo, en este artículo se presenta la metodología sobre desestacionalización de manera muy general y más con la idea de divulgar que de entrar en detalles, aunque las referencias bibliográficas podrán satisfacer a los lectores interesados en los aspectos técnicos.

En realidad, la desestacionalización no es más que uno de los

diversos enfoques estadísticos para analizar una serie de tiempo. La idea básica de esta metodología, como se ve más adelante, es que la serie está constituida por varios componentes que, aun sin ser observables directamente, pueden separarse de la serie original. El fundamento intuitivo, implícito en la descomposición de una serie de tiempo, así como la aparente carencia de refinamiento matemático para utilizar los métodos correspondientes, ha provocado que se abuse de esta metodología. Incluso algunos libros de texto sobre estadística presentan la descomposición de series de tiempo, si no como el único, sí como el análisis básico de éstas.<sup>1</sup> Por este mismo abuso, en ocasiones se exige demasiado de la metodología de descomposición y de su enfoque principal: la desestacionalización o el ajuste estacional de series de tiempo. Es pues necesario conocer los alcances y los límites de un análisis que considere de modo específico dicho ajuste.

Los objetivos de este trabajo son, básicamente: 1) reseñar brevemente el desarrollo histórico de la metodología de ajuste estacional; 2) describir algunas características sobresalientes de los métodos más comunes, y 3) señalar algunos puntos de interés en general. Conviene mencionar que este artículo es una actualización de un trabajo realizado hace algunos años,<sup>2</sup> el cual se complementó con material de publicaciones recientes, donde se pueden encontrar los detalles técnicos.

En principio, cabe advertir que los métodos de análisis de series de tiempo pueden dividirse en dos categorías fundamentales: *i)* en el dominio del tiempo y *ii)* espectral o en el dominio de las frecuencias. De la primera sobresale el pasado en modelos ARIMA (autorregresivos, integrados y de promedios móviles), cuya utilidad práctica se hizo notable a raíz del trabajo desarrollado por Box y Jenkins en el decenio de los sesenta, que culminó con la publicación de su libro.<sup>3</sup> Por su lado, las técnicas del análisis espectral requieren de mayor familiaridad con las matemáticas, y su empleo en la práctica no es tan común como el de las de análisis en el dominio del tiempo. De hecho, los dos tipos de análisis son simplemente maneras distintas de ver el mismo fenómeno, pues cada uno permite apreciar ciertas características con

1. Véanse por ejemplo T. Yamane, *Statistics: An Introductory Analysis*, Harper and Row, 1967, y J.C.G. Boot y E.B. Cox, *Statistical Analysis for Managerial Decisions*, McGraw-Hill, 1974.

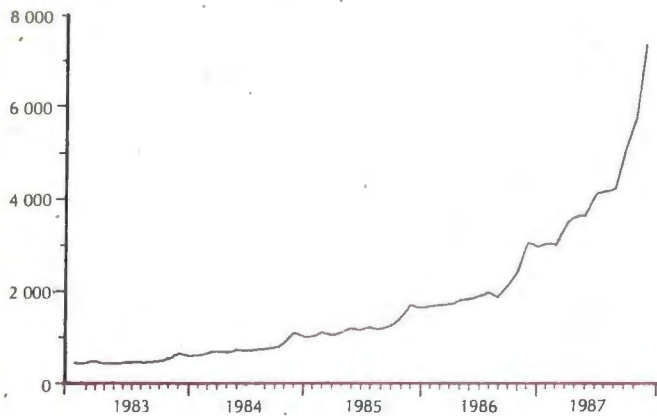
2. V.M. Guerrero, "Desestacionalización de series de tiempo económicas. Parte I: Una introducción a la metodología", *Documento de Investigación*, núm. 54, Dirección de Investigación Económica, Banco de México, 1983.

3. G.E.P. Box y G.M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, 1970.

\* Catedrático en el Departamento de Estadística del Instituto Tecnológico Autónomo de México.

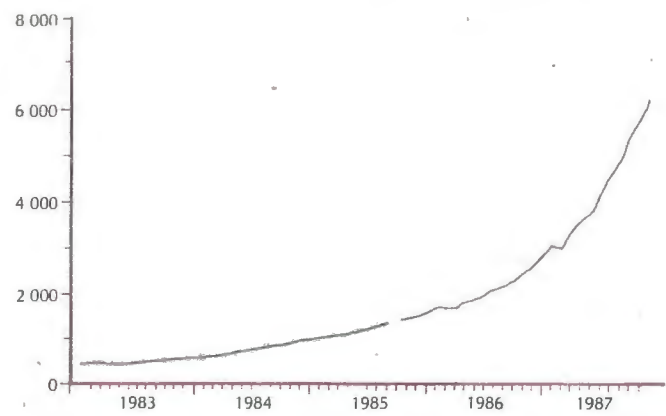
GRÁFICA 1

Billetes y moneda metálica  
(Miles de millones de pesos)



GRÁFICA 2

Serie de billetes y moneda metálica desestacionalizada  
(Miles de millones de pesos)



mayor o menor profundidad.<sup>4</sup> Además, el desarrollo tan acelerado que han tenido ambos métodos a últimas fechas evidencia su utilidad práctica.<sup>5</sup> No obstante, ya que el ajuste estacional tradicional se realiza en el dominio del tiempo, en este trabajo sólo se harán menciones de este enfoque.

### Reseña histórica de la metodología de ajuste estacional

Manera de presentación del desarrollo histórico de los métodos para desestacionalizar series de tiempo, conviene resaltar la idea de que podría considerarse que éstas están constituidas por varios componentes no observables. Éstos se utilizan para caracterizar los movimientos que puede tener una serie, como son la tendencia, el ciclo, la estacionalidad y el movimiento irregular. La idea de los componentes no observables parece haber surgido en el análisis económico durante el período de 1825 a 1875, aunque la misma conceptualización se había utilizado en estudios de astronomía y meteorología. Con seguridad, tal idea es resultado del deseo inherente al hombre de formular leyes a partir de las regularidades empíricas que se aprecian en los fenómenos observados. Por ejemplo, no se requiere ser un experto en economía o estadística para apreciar ciertas regularidades en el comportamiento del agregado monetario billetes y monedas, que se muestra en la gráfica 1; en particular, son evidentes las ondas de duración anual, asociadas con una elevación del nivel de la serie en diciembre de cada año, lo cual permite deducir la existencia de un patrón estacional subyacente en ésta. En contraste, en la gráfica 2 se muestra la misma serie, pero desestacionalizada, por lo que han desaparecido las variaciones periódicas

y es posible observar con mayor claridad su patrón de crecimiento, así como el efecto de cierta medida de política económica que contrajo la emisión de billetes y monedas a principios de 1987.

Nerlove, Grether y Carvalho precisan con bastante detalle el desarrollo de los modelos para series de tiempo con componentes no observables.<sup>6</sup> En dicho tema se considera no sólo la desestacionalización, sino otro problema de igual importancia para el análisis de series de tiempo económicas: la determinación y el estudio de los ciclos. Por su parte, Makridakis hace notar que en 1911 se creó en Francia un comité encargado de proponer métodos para separar los componentes de las series, con el fin básico de pronosticarlos por separado.<sup>7</sup> Posteriormente, en Estados Unidos se trató de hacer lo mismo y así nació la idea de construir barómetros de la actividad económica que consideraran por separado las fluctuaciones estacionales.

Según Persons, las series de tiempo se constituyen por cuatro componentes, que asoció con las siguientes fluctuaciones: i) una tendencia de largo plazo, que es de hecho el elemento de crecimiento de la serie; ii) un movimiento cíclico con forma de onda, yuxtapuesto a la tendencia de largo plazo; iii) un movimiento estacional dentro del año, y iv) una variación residual causada por situaciones que afectan de manera individual a las series. El trabajo de Persons, entre otras cosas, considera en forma implícita la idea de que cada uno de los componentes tiene, en cierto grado, sus propias causas.<sup>8</sup>

Uno de los métodos principales para desestacionalizar series es el de razón a promedio móvil, cuya creación se atribuye comúnmente a Macaulay.<sup>9</sup> Al respecto, conviene tener en cuenta el artículo de Mendershausen, en el que se describen y comentan los métodos de los que se disponía a principios de los años

4. R.F. Engle, "Interpreting Spectral Analysis in Terms of Time Domain Models", en *Annals of Economic and Social Measurements*, núm. 5, 1976, pp. 89-109.

5. Véanse S. Makridakis, "A Survey of Time Series", en *International Statistical Review*, núm. 44, 1976, pp. 29-70, y P. Newbold, "Some Recent Developments in Time Series Analysis", I, II y III, en *International Statistical Review*, núms. 49, 52 y 56; 1981, 1984 y 1988; pp. 53-66, 183-192 y 17-29.

6. M. Nerlove, D.M. Gréther y J.L. Carvalho, *Análisis de series temporales económicas*, Fondo de Cultura Económica, 1988.

7. S. Makridakis, *op. cit.*

8. W.M. Persons, "Indexes of Business Conditions", en *Review of Economics and Statistics*, núm. 1, 1919, pp. 5-107.

9. F.R. Macaulay, *The Smoothing of Time Series*, National Bureau of Economic Research, 1931.

treinta y en particular se menciona que Macaulay no reconoce la paternidad de aquel método.<sup>10</sup> Es notorio que un elemento fundamental de las primeras propuestas de métodos para ajuste estacional era que los cálculos fueran fáciles de realizar; a últimas fechas, sin embargo, esto ha perdido relevancia debido a la aparición de la computadora. Así, en 1954 Shiskin inició el trabajo para instrumentar en ordenador un procedimiento para desestacionalizar series de tiempo masivamente, que resultó en el primer método de la Oficina del Censo de Estados Unidos (Census Method I), el cual en realidad no era más que un pequeño refinamiento del de razón a promedio móvil.<sup>11</sup> Después apareció el Census Method II, que se estudió empíricamente de 1955 a 1965, dando origen a las variantes experimentales X-1 a X-11.<sup>12</sup> Cabe destacar que este método se utilizaba a principios del decenio de los sesenta en la mayor parte de los países industrializados, pero su uso era completamente mecánico, es decir, sin entender por qué se hacía tal o cuál cosa. Una vez que se empezó a cuestionar la validez del método surgieron otros enfoques, los cuales se mencionan más adelante.

### Razones para desestacionalizar series

Posiblemente, la razón más importante para efectuar el ajuste estacional de una serie sea la que propuso Persons: cada uno de los componentes es causado por fenómenos distintos. Esta misma idea la elabora Granger, en particular en lo que toca a la estacionalidad, encontrando que hay al menos cuatro posibles causas de las fluctuaciones estacionales, que según este autor no tienen por qué ser completamente ajenas o distintas entre sí.<sup>13</sup> La primera es el calendario mismo, es decir, que algunas festividades estén fijas en determinadas fechas o bien que los meses tengan más o menos días. La segunda causa es que las instituciones tienden a fijar fechas para realizar ciertas actividades; por ejemplo, los períodos de vacaciones escolares o los de pago de impuestos, que establecen las autoridades correspondientes. La tercera es el clima, que determina, por ejemplo, las cosechas (el clima, o dicho de otra manera, las estaciones del año, podría considerarse la causa por excelencia de la estacionalidad, de lo que se deriva el término mismo). La última causa señalada por Granger son las expectativas de fluctuaciones estacionales; por ejemplo, la elevada producción de juguetes en los meses previos a la navidad es provocada por la expectativa de ventas elevadas en diciembre. Estas cuatro causas, y quizá otras más, pueden ocurrir simultáneamente para suscitar las fluctuaciones estacionales observadas en las series de tiempo. Es importante señalar que tales causas pueden considerarse factores exógenos, de naturaleza no económica, que influyen en la variable que se estudia y que muchas veces oscurecen las características de la serie relacionadas con aspectos meramente económicos, los cuales constituyen la esencia del análisis de una serie de tiempo económica.

10. H. Mendershausen, "Annual Survey of Statistical Technique: Methods of Computing and Eliminating Changing Seasonal Fluctuations", en *Econometrica*, núm. 5, 1937, p. 240.

11. Véase S. Kallek, "An Overview of the Objectives and Framework of Seasonal Adjustment", en A. Zellner (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, U.S. Bureau of the Census, 1978, pp. 3-32.

12. En particular, la variante X-11 se describe en J. Shiskin, A.H. Young y J.C. Musgrave, "The X-11 Variation of the Census Method II Seasonal Adjustment Program", *Technical Paper*, núm. 15, U.S. Bureau of the Census, 1967.

13. C.W.J. Granger, "Seasonality: Causation, Interpretation, and Implications", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 33-55.

Para ilustrar una conclusión sencilla que se puede obtener del ajuste estacional, considérese la información que aparece en el cuadro 1. En él se presentan los datos de los billetes y monedas en poder del público, tanto de la serie original como de la ajustada por estacionalidad, de algunos meses y años seleccionados. En la primera es notoria la caída de agosto a septiembre de 1986; asimismo, se puede apreciar un descenso de diciembre de 1986 a enero de 1987. Sin embargo, debido a que estos fenómenos ocurren periódicamente, en la serie ajustada no se aprecia ninguna caída, aunque sí pueden percibirse cambios en la velocidad de crecimiento. Esto se advierte mejor en el cuadro 2, donde se muestran las tasas de crecimiento anual de ambas series.

CUADRO 1

Billetes y monedas  
(Miles de millones de pesos)

Años	Meses				
	Enero	Julio	Agosto	Septiembre	Diciembre
<i>Serie original</i>					
1986	1 657.64	1 894.99	1 985.37	1 895.15	3 059.09
1987	2 983.36	4 150.93	4 210.69	4 248.31	7 318.48
<i>Serie ajustada estacionalmente</i>					
1986	1 567.23	1 961.48	2 091.19	2 174.30	2 642.94
1987	2 792.76	4 206.60	4 552.61	4 889.95	6 211.81

CUADRO 2

Billetes y monedas  
(Tasas de crecimiento anual)

Años	Meses				
	Enero	Julio	Agosto	Septiembre	Diciembre
<i>Serie original</i>					
1986	64.00	58.72	59.50	54.86	76.62
1987	79.98	119.05	112.09	124.17	139.24
<i>Serie ajustada estacionalmente</i>					
1986	60.37	57.10	60.48	58.65	75.48
1987	78.20	114.46	117.70	124.90	135.03

Para concluir, como señala Kallek, con el ajuste estacional "uno pretende eliminar al máximo la fluctuación que oscurece el componente de tendencia-ciclo de la serie", así que no sólo se debe tratar de cancelar el componente estacional, sino de ser posible también parte de la irregularidad que se pueda medir, a fin de observar mejor la tendencia-ciclo.<sup>14</sup> En forma similar, Fromm apoya esta tesis diciendo que la descomposición de la serie se realiza para "permitir la identificación de patrones subyacentes y relaciones causales, y para disminuir las posibilidades de ser engañados por correlaciones espurias que resulten de influencias estacionales sistemáticas e independientes".<sup>15</sup>

14. S. Kallek, *op. cit.*

15. G. Fromm, "Comments on 'An Overview of the Objectives and Framework of Seasonal Adjustment' by Shirley Kallek", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 26-29.

### Definición de los componentes de una serie de tiempo

Como se indicó, Persons distinguió por vez primera la existencia de cuatro componentes en una serie de tiempo. Dicho autor, sin embargo, no los definió con precisión; por el contrario, aceptó de manera explícita que debían definirse de acuerdo con su naturaleza esencialmente empírica.<sup>16</sup> Desde luego, los estudiosos del tema han reconocido la vaguedad de estos conceptos; sin embargo, ha persistido la idea de que las acepciones precisas no son fundamentales. Incluso algunos autores han preferido evitar la definición de tales conceptos, argumentando que en este caso las acepciones pueden dar luz y confundir al mismo tiempo.<sup>17</sup>

La creencia general, expresada por Granger, es que "el componente estacional es tan simple y obvio que difícilmente requiere de una definición formal".<sup>18</sup> Por otro lado, como dicho autor sugiere, al tratar de exponer los objetivos de un ajuste estacional o de evaluar los resultados obtenidos con cierto método, es indispensable contar con una definición formal. Ésta la proporciona Granger en un contexto estadístico muy explícito, en lo que respecta a supuestos sobre la serie de tiempo, pero con la terminología del análisis espectral. Como señalan Bell y Hillmer, "el problema es que estas definiciones sólo nos dicen cuándo una serie tiene componente estacional, no lo que éste es en sí".<sup>19</sup>

La Oficina del Censo de Estados Unidos, que posiblemente tiene la mayor experiencia en el mundo en lo que respecta a ajuste estacional, utiliza una acepción de estacionalidad referida básicamente a las "fluctuaciones periódicas que ocurren cada año, aproximadamente en las mismas fechas y con la misma intensidad, las cuales, y esto es lo más importante, pueden medirse y eliminarse de la serie de tiempo en consideración".<sup>20</sup> Shiskin y Dagum manejan en lo fundamental la misma idea; esta última señala en particular que las tres características más importantes del fenómeno estacional son: 1) se repite cada año con cierta regularidad, pero puede evolucionar; 2) es posible medirlo y separarlo de las otras fuerzas que influyen en el movimiento de la serie, y 3) es causado principalmente por fuerzas no económicas, exógenas al sistema económico, que los tomadores de decisiones no pueden controlar o modificar en el corto plazo.<sup>21</sup> En especial, la última característica constituye la razón fundamental para eliminar el componente estacional de la serie observada.

En un trabajo más teórico, Raveh expone algunas definiciones en relación con los componentes de una serie de tiempo; sin embargo, es poco probable que aquéllas tengan utilidad prácti-

16. Véase M. Nerlove, D.M. Grether y J.L. Carvalho, *op. cit.*, p. 14.

17. Véase, por ejemplo, D.A. Pierce, "A Survey of Recent Developments in Seasonal Adjustment", en *The American Statistician*, núm. 34, 1980, pp. 125-134.

18. C.W.J. Granger, *op. cit.*

19. W.R. Bell y S.C. Hillmer, "Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", en *Journal of Business and Economic Statistics*, núm. 4, 1984, pp. 291-320.

20. S. Kallek, *op. cit.*, p. 15.

21. J. Shiskin, "Time Series: Seasonal Adjustment", en W.H. Kruskal y J.M. Tanur (eds.), *International Encyclopedia of Statistics*, The Free Press, vol. 2, 1978, pp. 1202-1210, y E.B. Dagum, "A Comparison and Assessment of Seasonal Adjustment Methods for Employment and Unemployment Statistics", *Background Paper*, núm. 5, National Commission on Employment Statistics, 1978.

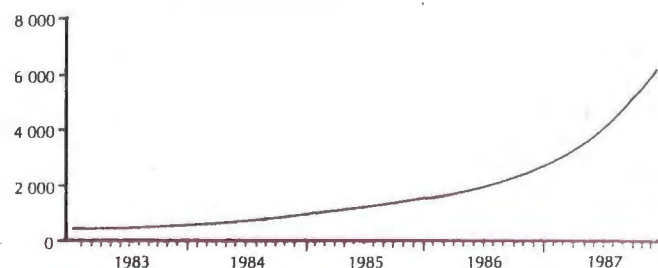
ca, debido básicamente a que: i) se proporcionan para una serie de tiempo ideal que no contiene componente irregular, y ii) involucran estructuras de relaciones simultáneas entre la tendencia (y el ciclo) y la estacionalidad.<sup>22</sup> En particular, Raveh cita el diccionario de términos estadísticos editado por Kendall y Buckland, donde se lee que la tendencia es "un movimiento de largo plazo en una serie ordenada, [...] que se puede considerar, junto con las oscilaciones y el componente aleatorio, como generador de los valores observados. Característica esencial del concepto de tendencia es que es suave durante períodos que son largos en relación con el lapso del que se tiene un registro de observaciones. 'Largo' para este propósito es algo definido arbitrariamente, ya que un movimiento que es tendencia para algún propósito, puede no serlo para otro."

Dagum se refiere al ciclo y a la irregularidad de la siguiente manera: "el ciclo es una oscilación cuasiperiódica caracterizada por lapsos alternantes de expansión y contracción", mientras que el componente irregular se constituye de "movimientos imprevisibles relacionados con eventos de toda clase, [que] tienen apariencia aleatoria estable y pueden distinguirse de otros tipos de irregularidades, como las observaciones aberrantes, porque éstas tienen causas bien identificadas, como inundaciones, huelgas, etcétera".<sup>23</sup>

Quizá la mejor manera de apreciar el comportamiento de cada componente sea mediante su observación visual. Con esta finalidad, en las gráficas 3, 4 y 5 se muestran el componente de tendencia-ciclo, el estacional y el irregular para el agregado billetes y monedas. La apreciación visual tiende a apoyar la idea original de Persons de que la definición de los componentes debe realizarse de acuerdo con la naturaleza esencialmente empírica de éstos.

GRÁFICA 3

Billetes y monedas  
Componentes de tendencia-ciclo



### Métodos de ajuste estacional

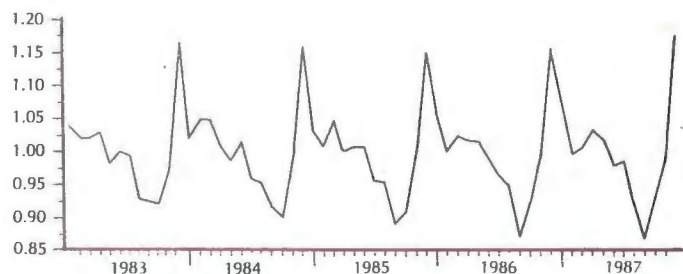
A la fecha hay diversos métodos para realizar el ajuste estacional de series de tiempo. Éstos se podrían reunir en los siguientes grupos: i) de regresión, ii) de promedios móviles, y iii) basados en modelos. Mencionar un grupo de métodos que haga refe-

22. A. Raveh, "A Note on the Definitions of Components of Time-Series", inédito, Departamento de Estadística, Universidad de Stanford, 1981.

23. E.B. Dagum, *op.cit.*

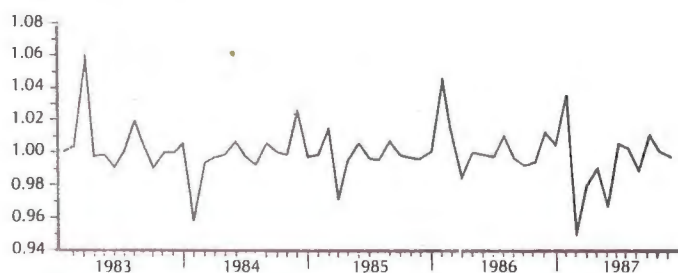
GRÁFICA 4

Billetes y monedas  
Componente estacional



GRÁFICA 5

Billetes y monedas  
Componente irregular



rencia explícita a modelos no significa que los otros no los utilicen para representar la serie, sino que con aquéllos a cada componente se le pretende asociar su correspondiente modelo de comportamiento estocástico, a diferencia de los otros grupos.

De hecho, los modelos básicos que muestran de manera explícita la relación que guardan los componentes de una serie observada  $\{O_1, O_2, \dots, O_N\}$  son: el *multiplicativo*

$$O_t = T_t \cdot E_t \cdot I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

y el *aditivo*

$$O_t = T_t + E_t + I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

en donde  $T_t$ ,  $E_t$  e  $I_t$  son los componentes de tendencia-ciclo, estacionalidad e irregularidad, respectivamente.

A partir de estos modelos básicos, el problema de la desestacionalización es estimar los componentes  $T_t$ ,  $E_t$  e  $I_t$  para cada uno de los períodos de observación  $t = 1, 2, \dots, N$ .

Los métodos de regresión se aplican por lo general en el supuesto de que la estacionalidad, y en ocasiones también la tendencia, pueden representarse de manera determinista mediante funciones del tiempo. Para ello es común representar la tendencia con una curva polinomial y la estacionalidad mediante funciones periódicas (combinaciones de senos y cosenos) o varia-

bles artificiales. Por su parte, los métodos de promedios móviles presuponen que tanto la tendencia como la estacionalidad tienen comportamientos dinámicos al paso del tiempo y por tanto la estimación de los componentes se realiza localmente, de forma que la tendencia en un punto determinado del tiempo se estima como promedio de las observaciones previas y futuras.

Como exponentes de los métodos de regresión pueden citarse los trabajos de Lovell, Jorgenson, Stephenson y Farr, Nicholas y Stronge, y Havenner y Swamy.<sup>24</sup> Debido a que el supuesto de estabilidad, implícito comúnmente en tales métodos, se satisface sólo en raras ocasiones, en la práctica se prefiere trabajar con los de promedios móviles o bien, a últimas fechas, con los basados en modelos. En consecuencia, estos dos tipos de metodologías se tratan con mayor detalle en la siguiente sección. Cabe ahora mencionar un procedimiento propuesto por Pierce en el que se combinan los aspectos deterministas del método de regresión con los estocásticos y dinámicos de los de promedios móviles y con la estrategia de construcción de modelos que forma parte de los métodos basados en éstos.<sup>25</sup> Por tales características, se trata de una metodología interesante, aunque en su etapa actual no se presta para efectuar la desestacionalización masiva y rutinaria de series.

Antes de describir los métodos que se emplean actualmente o están en franca experimentación, cabe señalar que varios, si no es que todos, podrían aplicarse a una serie de tiempo dada; el problema estriba en decidir cuál es el más apropiado para ésta. En principio, debe establecerse para qué se requiere la desestacionalización. Si es para realizar algún análisis econométrico donde aparezca la serie ajustada, quizá lo más conveniente sea algún método de regresión, ya que así las fluctuaciones estacionales podrían formar parte explícita del modelo econométrico.<sup>26</sup> Si se pretende obtener pronósticos o analizar con detalle los comportamientos individuales de cada componente de una serie específica, con seguridad algún método basado en modelos será el indicado.<sup>27</sup> Por otro lado, si el objetivo de la desestacionalización

24. M.C. Lovell, "Seasonal Adjustment of Economic Time Series and Multiple Regression Analysis", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 58, 1963, pp. 993-1010; D.W. Jorgenson, "Minimum Variance, Linear, Unbiased Seasonal Adjustment of Economic Time Series", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 59, 1964, pp. 845-862; J.A. Stephenson y H.T. Farr, "Seasonal Adjustment of Economic Data by application of the General Linear Statistical Model", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 67, 1972, pp. 37-45; J.C. Nicholas y W.B. Stronge, "Direct Estimation of Seasonal Factors in Time Series Using Analysis of Covariance", en *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association*, 1977, pp. 314-318, y A. Havenner y P.A.V.B. Swamy, "A Random Coefficient Approach to Seasonal Adjustment of Economic Time Series", en *Journal of Econometrics*, núm. 15, 1981, pp. 177-209.

25. D.A. Pierce, "Seasonal Adjustment When Both Deterministic and Stochastic Seasonality Are Present", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 242-280.

26. Véanse M.C. Lovell, "Alternative Axiomatizations of Seasonal Adjustment", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 61, 1966, pp. 800-802, y K.F. Wallis, "Seasonal Adjustment and Relations Between Variables", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 69, 1974, pp. 18-31.

27. Véanse S.C. Hillmer y G.C. Tiao, "An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal Adjustment", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 77, 1982, pp. 63-70, y A. Maravall y D.A. Pierce, "A Prototypical Seasonal Adjustment Model", en *Journal of Time Series Analysis*, núm. 8, 1987, pp. 177-193.

es simplemente observar *grosso modo* la tendencia de la serie, sin efectos estacionales que la puedan oscurecer, o si se pretende desestacionalizar de modo rutinario una gran cantidad de series, posiblemente los métodos más adecuados sean los de promedios móviles, debido a que son relativamente sencillos de aplicar y disponer de paquetes de cómputo estadístico para los cálculos.

Aun después de haber elegido el tipo de metodología general más conveniente, los métodos entre los que es posible seleccionar son todavía numerosos. Por este motivo, y a falta de causas explícitas que permitan construir un modelo estructural para el componente estacional,<sup>28</sup> los datos mismos deberán indicar el tipo de método más apropiado para analizarlos. Por otra parte, hay algunos principios básicos, implícitos en la idea de la descomposición de series, que han dado origen a algunos métodos de desestacionalización; como ejemplo de aquéllos pueden citarse los de Pierce y de Schlicht.<sup>29</sup>

### Selección entre el modelo aditivo y el multiplicativo

Una vez elegido el método de ajuste, el siguiente paso consiste en discriminar entre los posibles modelos, en particular entre el aditivo y el multiplicativo. A este respecto, Durbin y Murphy, y posteriormente Durbin y Kenny, sugirieron un procedimiento con base en métodos de regresión para tener en cuenta un componente estacional cuyo comportamiento se refleje en que el modelo sea mixto (en el sentido de que admita simultáneamente las representaciones aditiva y multiplicativa).<sup>30</sup> De acuerdo con Durbin y Kenny se debe calcular la desviación media absoluta respecto a la tendencia para cada año; ésta se grafica contra la tendencia media anual, y la inspección visual permite establecer cuál es el modelo apropiado. Dichos autores argumentan: "Lo que se desea saber es si la amplitud de la variación estacional crece proporcionalmente a la tendencia, menos que proporcionalmente o no crece".<sup>31</sup> Los problemas de este enfoque son: 1) el cálculo de la tendencia previo al ajuste estacional, y 2) el aspecto subjetivo implícito en el examen visual de las gráficas.

Si realmente se desea discriminar entre los modelos multiplicativo y aditivo, podría evitarse la subjetividad, resultante de la apreciación de gráficas, por medio de algún criterio numérico. En tal sentido, el autor de este artículo sugiere un procedimiento derivado del siguiente argumento: ya que el modelo multiplicativo

$$O_t = T_t \cdot E_t \cdot I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

puede expresarse de manera equivalente como el modelo aditivo

$$O'_t = T'_t + E'_t + I'_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

donde (') denota el logaritmo del componente del modelo anterior [por ejemplo,  $T'_t = \log(T_t)$ ], entonces se utilizaría el modelo aditivo y el problema en realidad sería discriminar entre emplear el logaritmo de las observaciones o las observaciones originales. De acuerdo con la propuesta de Durbin y Kenny, si la amplitud del componente estacional es proporcional (constante respecto) a la tendencia media anual, el modelo será multiplicativo (aditivo). Así pues, si se supone que la variación en grupos anuales de datos es causada esencialmente por las fluctuaciones estacionales, obtener una relación aproximada del tipo

$$(1) S_i = K M_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ó

$$(2) S_i = K \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

donde  $S_i$  y  $M_i$  representan respectivamente la desviación estándar y la media para las observaciones del año  $i$ , y  $K \neq 0$  es una constante de proporcionalidad, exige emplear un modelo multiplicativo en el caso 1 y uno aditivo en el caso 2.

Esto desde luego es una aproximación, al igual que la de Durbin y Kenny; empero, debe notarse que de esa manera no se requiere de una estimación de la tendencia, ya que el supuesto en que se basa la aproximación es, entre otros, que la tendencia crece de un año a otro, pero permanece constante en cada año. Por otro lado, el procedimiento propuesto aquí puede justificarse con el argumento de que una relación más general, que contiene a las expresiones 1 y 2, es

$$(3) S_i/M_i^\delta = K$$

donde si  $\delta = 1$  se obtiene 1 y si  $\delta = 0$  se obtiene 2. Lo importante de esta última expresión es que se demuestra que surge en la búsqueda de una transformación estabilizadora de la varianza.<sup>32</sup> Nótese además que si la relación 3 se satisface razonablemente para alguna  $\delta$ , sería adecuado utilizar la transformación potencia

$$O'_t = O_t^{1-\delta} \quad \text{si } \delta \neq 1$$

$$O'_t = \log(O_t) \quad \text{si } \delta = 1$$

Vera y Guerrero muestran una aplicación de este resultado.<sup>33</sup> En este caso, sin embargo, el interés radica en utilizar el valor  $\delta = 0$  o  $\delta = 1$ , dependiendo de si la  $\delta$  estimada está más cerca de 0 o de 1.

Por otro lado, es importante advertir que los modelos imponen *per se* ciertas restricciones a su uso; en especial, uno multiplicativo no puede emplearse para una serie que contenga ceros o datos negativos, de igual manera que no puede aplicarse el logaritmo a cifras negativas; así pues, para series con datos negati-

28. Véanse R.F. Engle, "Estimating Structural Models of Seasonality", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 281-308, y A.C. Harvey, "A Unified View of Statistical Forecasting Procedures", en *Journal of Forecasting*, núm. 3, 1984, pp. 245-275.

29. D.A. Pierce, *op. cit.*, y E. Schlicht, "A Seasonal Adjustment Principle and a Seasonal Adjustment Method Derived from This Principle", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 76, 1981, pp. 374-378.

30. J. Durbin y M.J. Murphy, "Seasonal Adjustment Based on a Mixed Additive-Multiplicative Model", en *Journal of the Royal Statistical Society*, núm. A-138, 1975, pp. 385-410, y J. Durbin y P.B. Kenny, "Seasonal Adjustment When the Seasonal Component Behaves Neither Purely Multiplicatively Nor Purely Additively", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 173-197.

31. J. Durbin y P.B. Kenny, *op. cit.*, p. 175.

32. Para ello puede consultarse V.M. Guerrero, *Análisis estadístico de series de tiempo económicas*, inédito, 1983.

33. G. Vera y V.M. Guerrero, "Estimation of Seasonal Factors Using Both Traditional Methods and Box-Jenkins Techniques", en O.D. Anderson y M.R. Perryman (eds.), *Time Series Analysis*, North-Holland, 1981, pp. 607-616.

vos o ceros es necesario usar el modelo aditivo. Nótese también que se requiere que todos los datos originales sean positivos para poder aplicarles la transformación potencia.

**Enfoques básicos**

Antes de presentar explícitamente los métodos de desestacionalización más conocidos, conviene fundamentar un poco las ideas capitales que los sustentan. Para ello, considérense los siguientes ejemplos hipotéticos y obviamente simplificados: en general, supóngase que la serie es mensual y consta de  $n$  años completos, así que el total de observaciones  $N$  será igual a  $12n$ ; además, la serie original será el conjunto de observaciones  $\{O_1, O_2, \dots, O_N\}$  que se escribirá como

$$\{O_{12i+q} \text{ con } i = 0, 1, \dots, n-1 \text{ y } q = 1, 2, \dots, 12\},$$

donde el índice  $i$  denota años y el  $q$  denota meses.

**Caso 1**

La tendencia de la serie es aproximadamente constante, y el efecto estacional puede también considerarse así (en términos absolutos) al paso del tiempo. En este caso se obtendría una línea como la que se muestra en la gráfica 6 y el modelo por considerar sería

$$O_{12i+q} = T_{12i+q} + E_q + I_{12i+q}$$

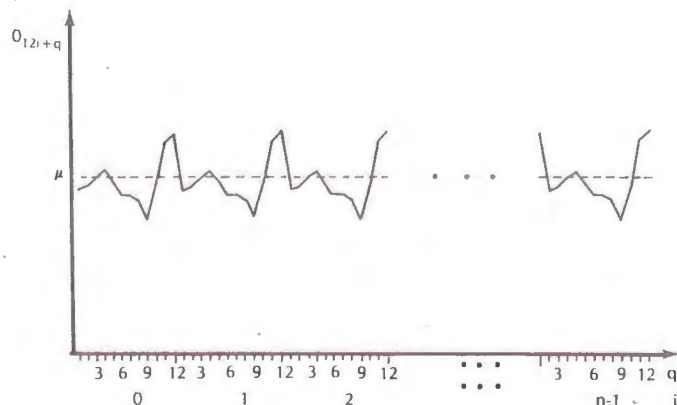
para el cual se supondrá que la suma de los efectos estacionales dentro del año es cero. Puesto que  $T_{12i+q}$  se supone constante, es decir, ya que para toda  $i$  y  $q$

$$T_{12i+q} = \mu$$

el nivel  $\mu$  puede estimarse por medio de la media aritmética de la serie  $O$ , de tal manera que el efecto estacional del mes  $q$  puede a su vez calcularse como la media de las desviaciones de los valores observados  $\{O_q, O_{12+q}, \dots, O_{12(n-1)+q}\}$  respecto del nivel, o sea

GRÁFICA 6

**Caso 1**



$$\hat{T}_{12i+q} = \bar{O} \quad \text{y} \quad \hat{E}_q = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (O_{12i+q} - \bar{O})$$

mientras que el componente irregular se obtiene por diferencia, es decir

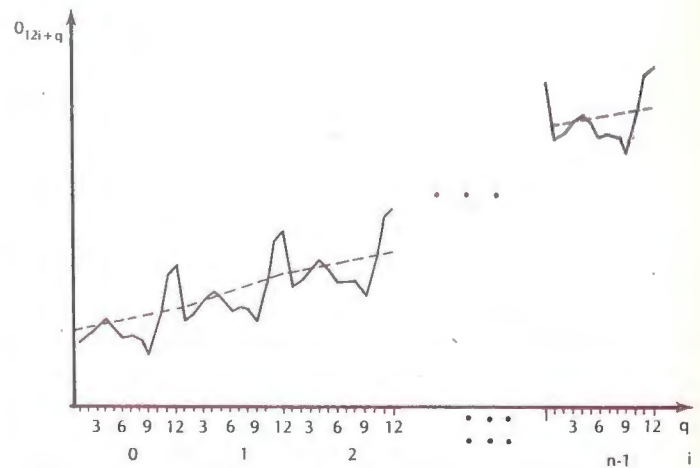
$$\hat{I}_{12i+q} = O_{12i+q} - \hat{T}_{12i+q} - \hat{E}_q$$

**Caso 2**

Supóngase ahora que la tendencia de la serie no es constante, aunque el efecto estacional mensual lo sigue siendo (en números absolutos) a lo largo del tiempo. La situación corresponde entonces a la que aparece en la gráfica 7. El modelo que se habría de utilizar sería de nuevo el aditivo con la suma de los efectos estacionales dentro del año, que es igual a cero.

GRÁFICA 7

**Caso 2**



A diferencia del caso anterior, se supone que la tendencia es una función del tiempo, es decir,

$$T_{12i+q} = f(12i+q)$$

El método clásico para estimar la tendencia en esta situación es el de promedios móviles; así que se usaría un promedio aritmético móvil de 12 meses, centrado al principio del mes, el cual se denotará como  $PAM(O_i, q)$ . Esto corresponde a estimar  $T_{12i+q}$  mediante

$$\hat{T}_{12i+q} = PAM(O_i, q) = \frac{1}{24} (O_{12i+q-6} + 2 \sum_{j=-5}^5 O_{12i+q+j} + O_{12i+q+6})$$

Dicho promedio presupone que existe una tendencia lineal dentro del intervalo  $[12i+q-6, 12i+q+6]$ , lo cual puede no ser válido en casos extremos, pero en general es aceptable para las series económicas. La estimación de  $E_q$  es, por consiguiente

$$\hat{E}_q = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} [O_{12i+q} - PAM(O_i, q)]$$

y, por su lado,  $I_{12i+q}$  se calcula por diferencia, al igual que en el caso anterior.

Caso 3

Ahora se supuso que la tendencia no es constante y que el efecto estacional tampoco lo es en magnitud absoluta, sino en relativa, como se puede apreciar en la gráfica 8. Por tanto, el modelo apropiado para la serie es el multiplicativo

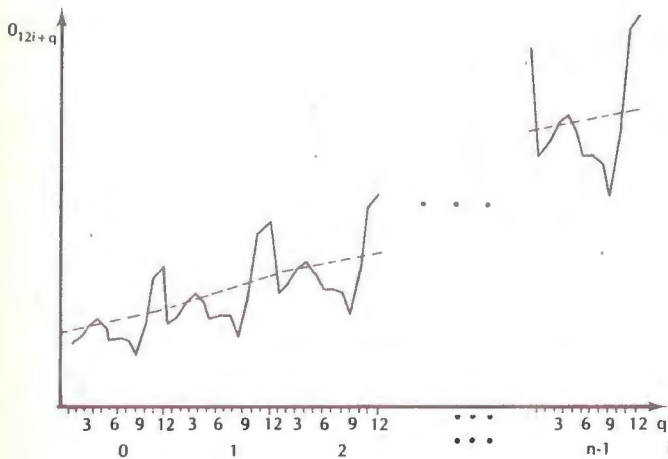
$$O_{12i+q} = T_{12i+q} \cdot E_q \cdot I_{12i+q}$$

con

$$T_{12i+q} = f(12i+q)$$

GRÁFICA 8

Caso 3



Este modelo puede escribirse mediante la transformación logarítmica como

$$O'_{12i+q} = T'_{12i+q} + E'_q + I'_{12i+q}$$

en donde el apóstrofe indica que se aplicó el logaritmo; este modelo es básicamente el del caso 2, pero ahora el supuesto complementario es que el producto de los factores estacionales dentro del año es igual a la unidad. Asimismo, por lo que se vio en el caso previo, ahora se tiene que

$$\log(\hat{T}_{12i+q}) = PAM[\log(O_i), q]$$

pero, debido a que

$$PAM[\log(O_i), q] = \log[PGM(O_i, q)]$$

en donde  $PGM(O_i, q)$  representa un promedio geométrico móvil de 12 meses centrado al principio del mes  $q$ ; entonces

$$\hat{T}_{12i+q} = PGM(O_i, q)$$

$$= (O_{12i+q-6} \cdot \prod_{j=-5}^5 O_{12i+q-j}^2 \cdot O_{12i+q+6})^{1/24}$$

y, por tanto, un estimador de  $E_q$  se obtiene de

$$\hat{E}_q = \left[ \prod_{i=0}^{n-1} O_{12i+q} / PGM(O_i, q) \right]^{1/n}$$

además, la estimación de  $I_{12i+q}$  se lleva a cabo por división de  $O_{12i+q}$  entre  $(\hat{T}_{12i+q} \cdot \hat{E}_q)$ .

Métodos de promedios móviles

Los casos anteriores son ideales en tanto que es relativamente sencillo identificar el comportamiento de cada componente de la serie y por tanto los modelos surgen de manera bastante clara. En la práctica, sin embargo, los casos referidos aparecen mezclados unos con otros y es difícil que procedimientos tan simples como los descritos para estimar los componentes puedan ser eficientes. En tal caso, para desestacionalizar series se aplican procedimientos de promedios móviles de manera iterativa; ejemplo clásico de este enfoque es el método de la Oficina del Censo de Estados Unidos, conocido como Census Method II, en su variante experimental X-11. Dicho método se programó para utilizarse en computadora y en la actualidad se usa en diversas partes del mundo.<sup>34</sup>

Los pasos fundamentales del procedimiento son en realidad un conjunto de reglas empíricas de lo que debe hacerse para desestacionalizar una serie de tiempo. Tales pasos consisten en la aplicación consecutiva e iterativa de promedios aritméticos móviles, los cuales se convierten de hecho en "filtros" lineales para la serie. Aquí debe notarse, como se vio en los casos 1, 2 y 3, que no es razonable usar estos promedios cuando el modelo es multiplicativo y en su lugar deberían emplearse promedios geométricos móviles; esto indudablemente constituye una falla del método X-11.

Como Young y Wallis han demostrado, el proceso de ajuste se puede representar mediante la expresión

$$A(O_t) = \sum_{j=-m}^m C_j O_{t-j}$$

en donde  $C_j$  son los coeficientes que determinan el ajuste estacional y el valor de  $m$  depende del tipo de opciones utilizadas.<sup>35</sup> Es importante advertir que en la práctica se requieren los factores estacionales pronosticados un año hacia adelante, los cuales se calculan con el método X-11 como

34. Una descripción completa del paquete de cómputo y de su funcionamiento aparece en J. Shiskin, A.H. Young y J.C. Musgrave, *op. cit.*

35. A.H. Young, "Linear Approximations to the Census and BLS Seasonal Adjustment Methods", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 63, 1968, pp. 445-472, y K.F. Wallis, *op. cit.*, y "Seasonal Adjustment and Revision of Current Data: Linear Filters for the X-11 Method", en *Journal of the Royal Statistical Society*, núm. A-145, 1982, pp. 74-85.



$$E_{N+q} = 1.5 E_{N-12+q} - 0.5 E_{N-24+q}, \quad (q = 1, 2, \dots, 12)$$

Raveh estudió el método X-11, concluyendo que al aplicar el procedimiento a una serie ajustada por estacionalidad, ésta registra cambios, lo que indica que hay sub o sobreestimación del componente estacional.<sup>36</sup> Otra conclusión es que el método es muy sensible a cambios repentinos o discontinuidades en la tendencia y esto provoca que aquél genere resultados inesperados. Por otra parte, Dagum expone un análisis de las propiedades de los promedios móviles utilizados por el X-11.<sup>37</sup> En particular, se concluye que: "Los supuestos básicos del método II- X-11 son apropiados para estimar la parte histórica de muchas series de tiempo económicas", pero no son del todo adecuados para estimar la estacionalidad de la parte más reciente de la serie ni para efectuar extrapolaciones. Esto provocó que se formulara el procedimiento conocido como X-11 ARIMA, desarrollado en la Oficina de Estadística de Canadá.

El método X-11 ARIMA consiste básicamente en el ajuste de un modelo ARIMA a la serie original, con el fin de extrapolarla un año hacia adelante y uno hacia atrás de manera eficiente.<sup>38</sup> Después se aplica el método X-11 (con ligeras modificaciones y opciones) a la serie observada que contiene los valores extrapolados. La instrumentación en computadora del procedimiento X-11 ARIMA se detalla en la obra de Dagum y en aquélla sobresale la existencia de tres modelos: el aditivo, el multiplicativo y el log-aditivo.<sup>39</sup> Lothian hace notar que la diferencia entre el modelo multiplicativo

$$O_t = T_t \cdot E_t \cdot I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

y el log-aditivo

$$\log(O_t) = \log(T_t) + \log(E_t) + \log(I_t), \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

radica no en su expresión formal (como se puede apreciar al aplicar logaritmos al modelo multiplicativo), sino en la forma en que los trata el paquete de cómputo, ya que éste utiliza promedios aritméticos móviles para el modelo multiplicativo, mientras que para el log-aditivo se emplean promedios geométricos móviles.<sup>40</sup> De hecho, este último modelo surge de consideraciones estadísticas y está implícito en la idea de que "después de aplicar alguna transformación" a la serie observada<sup>41</sup> se tiene la descomposición

$$O'_t = T'_t + E'_t + I'_t$$

Sin embargo, la tradición apoya el uso del modelo multiplicativo y es difícil (aunque quizá deseable) que se dejen de utilizar términos relacionados directamente con este modelo, como el clásico "factor estacional", aun cuando se haya empleado el modelo aditivo. Posiblemente el arraigo de aquél se remonte a la introducción misma del método de razón a promedios móviles, que hace referencia implícita a dicho modelo. Por otro lado, conviene señalar que, aunque muchas veces no están explícitos, hay supuestos acerca del componente irregular de la serie [que en el modelo multiplicativo es  $I_t$  y en el log-aditivo  $\log(I_t)$ ]; éstos deben satisfacerse para que sea posible realizar la inferencia relacionada con el ajuste estacional.<sup>42</sup>

Otro procedimiento que se usa en la actualidad es el desarrollado en los Laboratorios Bell de Estados Unidos, de nombre SABL (Seasonal Adjustment-Bell Laboratories). En él se presupone que después de aplicar una transformación apropiada a los datos, la descomposición obtenida de la serie es aditiva. El procedimiento empleado por el SABL es similar en concepto al del X-11, en tanto que se sigue una serie de reglas empíricas para separar los componentes.<sup>43</sup> No obstante, es distinto en lo que toca a los filtros utilizados, ya que el SABL emplea técnicas robustas, es decir, enfocadas a hacer insensible el método tanto al efecto de observaciones extremas o aberrantes como a la violación de los supuestos que lo fundamentan. Las diferencias básicas entre el X-11 y el SABL, favorables al segundo, son: a) el uso de gráficas;<sup>44</sup> b) la generalización de modelos para la serie mediante transformaciones, incluyendo como casos particulares a los modelos aditivo y multiplicativo, ya que el modelo supuesto por el SABL es

$$O_t^{(p)} = T_t + E_t + I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

con

$$O_t^{(p)} = \begin{cases} O_t^p & \text{si } p > 0 \\ \log(O_t) & \text{si } p = 0 \\ -O_t^p & \text{si } p < 0 \end{cases} \quad \text{para } O_t > 0 \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

en donde la potencia  $p$  se elige de tal manera que la descomposición sea precisamente aditiva (se minimiza la interacción de tendencia y estacionalidad), y c) el empleo de métodos robustos, del tipo de promedios móviles ponderados o medianas móviles, para estimar los componentes.

Otros métodos utilizados por las oficinas centrales de estadística o las dependencias gubernamentales son: el del Banco de Inglaterra, el de la CEE, el método de Berlín y el de la Oficina Cen-

36. A. Raveh, "About Some Properties of X-11: A Note", documento inédito, Statistical Research Division, Bureau of the Census, 1982.

37. E.B. Dagum, *op. cit.*

38. Véanse G.E.P. Box y G.M. Jenkins, *op. cit.*, y V.M. Guerrero, *Análisis...*, *op. cit.*

39. E.B. Dagum, "The X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada Catalogue 12-564E Occasional, 1980.

40. J. Lothian, "The Relationship Between the Additive, Multiplicative and Logarithmic Models in the X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Program", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 78-06-002, 1978.

41. D.W. Jorgenson, *op. cit.*, p. 685; W.S. Cleveland, D.M. Dunn e I.J. Terpenning, "SABL: A Resistant Seasonal Adjustment Procedure with Graphical Methods for Interpretation and Diagnosis", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, p. 203, y S.C. Hillmer, W.R. Bell y G.C. Tiao, "Modelling Considerations in the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", documento presentado en la conferencia organizada por la American Statistical Association-CENSUS-National Bureau of Economic Research (ASA-CENSUS-NBER), Washington, 1981, p. 2.

42. Véanse E.J. Hannan, "The Estimation of Seasonal Variation of Economic Time Series", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 58, 1963, pp. 31-44, y J. Lothian y M. Morry, "A Set of Quality Control Statistics for the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 78-10-005, 1978.

43. W.S. Cleveland, D.M. Dunn e I.J. Terpenning, *op. cit.*

44. W.S. Cleveland e I.J. Terpenning, "Graphical Methods for Seasonal Adjustment", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 77, 1982, pp. 52-62.

tral Holandesa de Planeación. Kuiper describe brevemente tales métodos y los compara con el X-11 y el X-11 ARIMA.<sup>45</sup> Como conclusión, dicho autor señala que todos los procedimientos estudiados "tienden a dar ajustes similares para el período histórico (la parte de la serie que excluye los tres primeros y los tres últimos años), pero el ajuste para el período actual (los tres últimos años) puede ser muy diferente". Sin embargo, si se considera relevante el cambio del componente estacional (y por tanto en la serie desestacionalizada) cuando se añaden nuevos datos a la serie, el método X-11 ARIMA proporciona mejores resultados. A este respecto conviene mencionar que Hillmer, Bell y Tiao aconsejan no discriminar entre distintos métodos de ajuste con base sólo en la revisión de cifras desestacionalizadas a que dé lugar la inclusión de nuevos datos.<sup>46</sup> Esto lo sustentan en que es factible crear un filtro asimétrico que genere revisiones de magnitud cero (aunque este tipo de filtros no se usa en la práctica, ya que se apoya en criterios subjetivos) y, por ello, tanto las revisiones de magnitudes cero como las de gran magnitud deberían considerarse indeseables.

Otro método que por su enfoque peculiar puede ser atractivo es el Baysea (Bayesian Seasonal Analysis), el cual utiliza técnicas de la estadística bayesiana para desestacionalizar series y conduce al empleo de técnicas de regresión a la vez que permite incluir diversas opciones.<sup>47</sup> Akaike e Ishiguro establecen comparaciones entre el Baysea y los métodos X-11 y X-11 ARIMA, señalando que los resultados obtenidos con ellos son prácticamente indistinguibles.<sup>48</sup>

### Métodos basados en modelos

Los métodos basados en modelos para efectuar ajustes por estacionalidad constituyen una forma diferente de concebir los componentes de una serie de tiempo. De hecho, estos procedimientos se basan en el supuesto de que la serie observada se generó por un proceso estocástico y que cada uno de los componentes tiene asociado un modelo estadístico, que sirve para describir la respectiva estructura estocástica. La teoría estadística de extracción de señal permite el siguiente planteamiento: supóngase que la serie original o alguna transformación apropiada de ella consta de un componente estacional  $\varepsilon$  y de uno no estacional  $\eta$ , que se suman para obtener el modelo:

$$O_t = \varepsilon_t + \eta_t \quad (t = 1, 2, \dots, n) \quad (26)$$

en donde a  $\varepsilon_t$  y  $\eta_t$  se les asignan modelos compatibles con la estructura del modelo para la serie original, que surge del análisis de los datos observados.<sup>49</sup> Entre los primeros exponentes de esta

metodología están Cleveland y Brewer, Hagan y Perazzelli.<sup>50</sup> Cleveland y Tiao presentan el procedimiento basado en modelos correspondiente al método X-11.<sup>51</sup> Este resultado es importante porque sirvió para ligar los métodos empíricos con los basados en modelos; de igual manera, en unas notas de trabajo Tiao obtiene el correspondiente modelo para el método Baysea, lo cual puede ser útil para compararlo teóricamente con el X-11.<sup>52</sup> McKenzie y Stith exponen los resultados de un estudio en el que se confrontaron los métodos X-11 ARIMA, SABL y uno basado en modelos con extracción de señal.<sup>53</sup>

Un caso importante de los métodos basados en modelos aparece cuando se plantea una representación aditiva de la tendencia, la estacionalidad y la irregularidad para la serie original, pero además se asignan modelos plausibles para cada componente a partir de consideraciones sobre su comportamiento esperado. A esta clase de modelos Harvey y Durbin la han denominado estructural.<sup>54</sup> En particular se acostumbra representar la tendencia mediante aproximaciones locales del nivel de la serie, mientras que la estacionalidad se estima como una suma de términos trigonométricos y la irregularidad se obtiene por diferencia.

Es interesante notar que en estos modelos es fácil incorporar efectos atribuibles a variables explicativas, lo cual proporciona mayor flexibilidad y apego a la realidad. Asimismo, Harvey consideró la presencia de ciclos económicos en los modelos estructurales por medio de la inclusión del respectivo componente adicional.<sup>55</sup> Por otro lado, Maravall encontró el modelo correspondiente al procedimiento X-11, con lo que los ligó.<sup>56</sup> Además, en una obra

50. W.P. Cleveland, "Analysis and Forecasting of Seasonal Time Series", tesis doctoral inédita, Departamento de Estadística, Universidad de Wisconsin, 1972, y K.R. Brewer, P.J. Hagan y P. Perazzelli, "Seasonal Adjustment Using Box-Jenkins Models", en *Proceedings of the International Statistical Institute*, 1975, pp. 130-136.

51. W.P. Cleveland y G.C. Tiao, "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 71, 1976, pp. 581-587.

52. Véase el apéndice de la obra de D.F. Findley, "Comments on 'Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedures of Seasonal Adjustment' by H. Akaike and M. Ishiguro", documento presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER, Washington, 1981. Otros textos sobre el tema son G.E.P. Box, S.C. Hillmer y G.C. Tiao, "Analysis and Modelling of Seasonal Time Series", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 309-344; G.C. Tiao y S.C. Hillmer, "Some Considerations of Decomposition of a Time Series", en *Biometrika*, núm. 65, 1978, pp. 497-502; W.P. Cleveland, A.P. Dempster y J. Stith, "Advances in Model-Based Seasonal Adjustment", en *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association*, 1980, pp. 30-36; G.E.P. Box y D.A. Pierce, "Estimating Current Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series", Special Studies Paper, núm. 156, Federal Reserve Board, 1981; S.C. Hillmer, W.R. Bell y G.C. Tiao, *op. cit.*, y S.C. Hillmer y G.C. Tiao, *op. cit.*

53. S. McKenzie y J. Stith, "A Preliminary Comparison of Several Seasonal Adjustment Techniques", en O.D. Anderson y M.R. Perryman (eds.), *op. cit.*, pp. 327-343.

54. A.C. Harvey *op. cit.*, y A.C. Harvey y J. Durbin, "The Effects of Seat Belt Legislation on British Road Casualties: A Case Study in Structural Time Series Modelling", en *Journal of the Royal Statistical Society*, núm. A-149, 1986, pp. 187-210.

55. A.C. Harvey, "Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series", en *Journal of Business and Economic Statistics*, núm. 3, 1985, pp. 216-227.

56. A. Maravall, "On Structural Time Series Models and the Characterization of Components", en *Journal of Business and Economic Statistics*, núm. 3, 1985, pp. 350-355.

45. S. Kuiper, "A Survey and Comparative Analysis of Various Methods of Seasonal Adjustment", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 59-93.

46. S.C. Hillmer, W.R. Bell y G.C. Tiao, *op. cit.*, p. 47.

47. H. Akaike, "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modelling", en *Journal of Time Series Analysis*, núm. 1, 1980, pp. 1-14.

48. H. Akaike y M. Ishiguro, "Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedures of Seasonal Adjustment", documento presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER, Washington, 1981. Aplicaciones del Baysea a series de la economía mexicana aparecen en J.C. Silva, "Ajuste estacional de series de tiempo por un método bayesiano", tesis de licenciatura en matemáticas aplicadas, Instituto Tecnológico Autónomo de México, 1983.

49. Véanse J.P. Burman, "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", en *Journal of the Royal Statistical Society*, núm. A-143, 1980, pp. 321-337 y C. Contreras, "Desestacionalización por extracción de señal", tesis de maestría en matemáticas, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

posterior dicho autor aplicó esta metodología a un par de series de la economía española para las cuales la desestacionalización resultante del procedimiento X-11, así como la obtenida por extracción de señal, son deficientes debido a las características estructurales de dichas series; en cambio, al postular un modelo estructural se obtienen resultados que mejoran notablemente el ajuste estacional.<sup>57</sup> Este logro, aunque interesante, debe verse con cautela ya que la especificación de modelos estructurales tiene implícito un alto grado de arbitrariedad, y en teoría puede haber un número infinito de descomposiciones aditivas de la serie original que sean razonablemente compatibles entre sí.<sup>58</sup>

Una ventaja que debe considerarse al emplear métodos basados en modelos (ya sean estructurales o por extracción de señal) es que es factible calcular errores estándar asociados con las estimaciones de cada componente.<sup>59</sup> En suma, de todos los métodos señalados, sin duda los basados en modelos son los más sólidos por su justificación teórica estadística. Sin embargo, debe notarse que éstos no se elaboraron para la desestacionalización masiva de series, ya que requieren de un análisis exhaustivo de cada una de las series a las que se desea aplicar y además están todavía en experimentación. De cualquier manera, cabe subrayar que del uso de dichos procedimientos se desprende de manera explícita la necesidad de transformar los datos para hacer aditivo el modelo de la descomposición. Por tal motivo, en este trabajo se indica un procedimiento para seleccionar la transformación apropiada tanto para estabilizar la varianza como para hacer aditivo un modelo. Asimismo, una vez elegida la transformación y realizada la desestacionalización, es necesario expresar las cifras desestacionalizadas en la escala original, para lo cual se acostumbra aplicar simplemente la transformación inversa.<sup>60</sup> Regresar a la escala original puede acarrear sesgos en la estimación de valores esperados; por ello, Guerrero derivó un método de corrección aproximada del sesgo.<sup>61</sup>

## Consideraciones prácticas

### *Interpretación de términos asociados con un ajuste estacional*

Es importante reconocer que, al ser posible elegir las opciones del procedimiento de ajuste estacional, la responsabilidad de los resultados del análisis recae en el investigador, más que en el método utilizado. Es necesario, pues, estudiar cada una de las opciones que proporciona el procedimiento a fin de adecuarlo a la serie en estudio. En este artículo no se pretende enunciar reglas para efectuar la desestacionalización, pues eso depende de

cada serie en particular; no obstante, es útil aclarar ciertos términos y conceptos importantes asociados con el ajuste estacional.

Cuando varias series de tiempo se combinan para producir otra, a esta última se le denomina agregado de series o serie agregada, la cual a su vez puede formar parte de un agregado mayor. Por ejemplo, si se combinan de manera aditiva las series de billetes y monedas en poder del público, de cuentas de cheques en moneda nacional y de cuentas de cheques en moneda extranjera, se obtiene el agregado monetario M1. Esta serie puede lograrse también combinando de manera multiplicativa las series de base monetaria y de multiplicador. Asimismo, aunque M1 es en sí ya una serie agregada, puede a su vez formar parte de otros agregados monetarios más amplios: por ejemplo, de M2 y de M3.

Cuando se tienen series agregadas, surge un problema respecto al ajuste estacional, pues tales series podrían ajustarse de dos maneras distintas: por ajuste directo, es decir, considerando el agregado en sí como la serie que se ha de desestacionalizar y aplicándole directamente el método para hacerlo, o por ajuste indirecto, que consiste en desestacionalizar cada una de las series que constituyen el agregado y después agregarlas desestacionalizadas para obtener así el ajuste de la serie agregada. No hay un regla general que indique qué tipo de ajuste debe preferirse a otro, y la decisión sobre cuál utilizar en determinado caso deberá fundamentarse en un análisis previo de la serie en estudio.<sup>62</sup> Con respecto a series agregadas también conviene considerar el trabajo de BarOn, donde el ajuste estacional se realiza en función de sus causas.<sup>63</sup>

Hasta ahora, se ha supuesto que la serie de tiempo está constituida por tres componentes básicos: la tendencia-ciclo, la estacionalidad y la irregularidad. Sin embargo, posiblemente hay otros que podrían explicar una parte adicional de su comportamiento; entre los no considerados antes se encuentran los efectos de calendario, que surgen básicamente de dos fuentes: la variación por días de operación (o variación por días hábiles) y la longitud del mes. La primera es causada por el número variable de días de que se componen los meses y porque un mes determinado, por ejemplo julio, puede contener cuatro o cinco lunes, dependiendo del año. Por lo general, se supone que este tipo de variación puede representarse mediante un modelo determinista y por tanto se usan técnicas de regresión para estimar la ponderación asociada con cada uno de los días de la semana.<sup>64</sup> Por otro lado, el efecto causado por la longitud del mes se deriva de que unos meses tienen más días que otros. Guerrero comparó varias metodologías que pueden emplearse para realizar ajustes por efectos de calendario.<sup>65</sup>

62. J. Lothian y M. Morry, "The Problem of Aggregation: Direct or Indirect", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 77-08-001, 1977, y E.B. Dagum, "On the Seasonal Adjustment of Economic Time Series Aggregates: A Case Study of the Unemployment Rate", Background Paper, núm. 31, National Commission on Employment and Unemployment Statistics, 1979.

63. R.R.V. BarOn, "The Analysis of Single and Related Time Series into Components: Proposals for Improving X-11", en A. Zellner (ed.), *op. cit.*, pp. 107-172.

64. J. Shiskin, A.H. Young y J.C. Musgrave, *op. cit.*; S.C. Hillmer, W.R. Bell y G.C. Tiao, *op. cit.*, y W.P. Cleveland y M.R. Grupe, "Modeling Time Series When Calendar Effects are Present", documento presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER, Washington, 1981.

65. V.M. Guerrero, "Metodologías para analizar los efectos de calendario en el índice de volumen de la producción industrial en México", en *El Trimestre Económico*, vol. LV, 1988, pp. 847-877.

57. A. Maravall, "An Application of Model-Based Estimation of Unobserved Components", en *International Journal of Forecasting*, núm. 2, 1986, pp. 305-318.

58. G.E.P. Box, D.A. Pierce y P. Newbold, "Estimating Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 82, 1987, pp. 276-282.

59. P. Burridge y K.F. Wallis, "Calculating the Variance of Seasonally Adjusted Series", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 60, 1985, pp. 541-552, y S.C. Hillmer, "Measures of Variability for Model-Based Seasonal Adjustment Procedures", en *Journal of Business and Economic Statistics*, núm. 3, 1985, pp. 60-68.

60. S.C. Hillmer, W.R. Bell y G.C. Tiao, *op. cit.*, p. 31.

61. V.M. Guerrero, *Análisis...*, *op. cit.*, cap. 6.

Las series de tiempo económicas están influidas en ocasiones por ciertos efectos irregulares atribuibles a causas conocidas, como fenómenos naturales (terremotos, inundaciones, etc.), decisiones institucionales (huelgas, devaluaciones de la moneda, etc.), o bien acontecimientos que no se repiten exactamente en las mismas fechas o de un año a otro (semana santa, comicios, etc.). Si se conoce la causa de tales efectos, conviene tenerla en cuenta para tratar de explicarla y medir sus repercusiones. Una manera de hacerlo es recurrir al análisis de intervención, el cual permite aislar los efectos de tales causas.<sup>66</sup>

Aun sin emplear este último análisis, es posible realizar un ajuste muy simple de los valores de la serie para tener en cuenta dichos efectos. Esto se conoce como ajuste previo a la desestacionalización, ya que consiste en restar (dividir) la serie original de (entre) los valores asignados como ajustes previos por el analista, si el modelo es aditivo (multiplicativo). Por otro lado, si no se realiza el análisis de intervención ni el ajuste previo a la desestacionalización, lo más probable es que los efectos correspondientes a las causas conocidas se conceptúen como variaciones irregulares extremas, las cuales originan comúnmente las llamadas observaciones aberrantes (del vocablo inglés *outliers*), es decir, que bien podrían considerarse ajenas a la serie en estudio. Tales observaciones, y en general las extremas, pueden afectar de manera notable los resultados del ajuste estacional, por lo cual conviene reducir su influencia en el método de ajuste. Esto se logra mediante la graduación de valores extremos; un procedimiento común consiste en asignar una ponderación de 100% a valores irregulares que se ubiquen dentro de 1.5 desviaciones estándar del valor 100 y reducir linealmente dicha ponderación de 100 a 0 por ciento para valores fuera de 2.5 desviaciones estándar.

Otro punto que vale la pena mencionar es que, en la práctica, con frecuencia se utilizan pronósticos del componente estacional para que, en cuanto se conozca un dato nuevo, se pueda estimar su parte estacional de manera prácticamente inmediata (esto presupone que la estacionalidad no cambia en forma brusca al paso del tiempo, ya que si así fuera los pronósticos no tendrían validez alguna). Otra forma de obtener la parte estacional del dato nuevo sería realizar otra vez el ajuste estacional de la serie, lo que se conoce como ajuste estacional con datos actuales (del término inglés *concurrent seasonal adjustment*). Éste requiere de mucho mayor esfuerzo y además implica que todo el componente estacional debe cambiar por la inclusión de un solo dato adicional, es decir, si la serie original consta de  $N$  observaciones, a partir de las cuales se estima tanto el componente estacional como la serie desestacionalizada (para el período de observación y extrapoladas un año hacia adelante), o sea

$$\hat{E}_{t,N} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N}) \quad \text{para} \quad (t = 1, 2, \dots, N+12)$$

Una vez que se hayan observado  $m$  nuevos datos ( $m = 1, 2, \dots$ ) y se haya aplicado de nuevo el procedimiento de ajuste, se tendrían las nuevas estimaciones

$$\hat{E}_{t,N+m} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N+m}) \quad \text{para} \quad (t = 1, 2, \dots, N+m+12)$$

66. G.E.P. Box y G.C. Tiao, "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems", en *Journal of the American Statistical Association*, núm. 70, 1975, pp. 70-79, y V.M. Guerrero, "Medición de los efectos inflacionarios causados por algunas decisiones gubernamentales: teoría y aplicaciones del análisis de intervención", en A. Ize y G. Vera (comp.), *La inflación en México*, El Colegio de México, 1984.

las cuales dan origen a las llamadas revisiones de cifras tanto históricas como pronosticadas.<sup>67</sup> Las revisiones pueden hacerse del componente estacional mismo o de las cifras desestacionalizadas y denotan básicamente la discrepancia en la estimación más reciente respecto de la anterior, o sea, que como revisión se tendrían las diferencias:

$$\hat{E}_{t,N+m} - \hat{E}_{t,N} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N+m}) - \hat{A}(0_{t,N}), \quad (t = 1, 2, \dots, N+12)$$

La magnitud de tales revisiones debe estudiarse para determinar el efecto de los datos nuevos en la estacionalidad.

### Recomendaciones de los expertos

Finalmente y a manera de conclusión conviene considerar la experiencia de otros países en desestacionalización de series de tiempo. En particular, el Federal Reserve Board de Estados Unidos constituyó en 1978 un Comité de Expertos en Técnicas de Ajuste Estacional (del que forman parte G. Box, G. Moore, J. Stephenson y A. Zellner), a fin de examinar y recomendar las técnicas más apropiadas para desestacionalizar series financieras.

Del trabajo de dicho Comité se derivó un informe que incluye diez recomendaciones básicas, que se resumen a continuación:<sup>68</sup>

- 1) Debe instrumentarse y aplicarse el método X-11 ARIMA o alguna técnica similar que reduzca las revisiones.
- 2) Debe considerarse seriamente la utilización de todos los datos, incluyendo el más reciente, para estimar los factores estacionales.
- 3) Deben desarrollarse otros enfoques con base en modelos, que se prueben y apliquen conjuntamente con los métodos actuales.
- 4) Deben informarse, junto con las cifras desestacionalizadas, los errores de variación a los que están sujetas dichas cifras.
- 5) Al poner a disposición del público las cifras desestacionalizadas, es deseable acompañarlas de tasas de crecimiento, junto con alguna medida de su confiabilidad.
- 6) Deben evitarse las modificaciones a juicio del investigador de las cifras desestacionalizadas.
- 7) Los tomadores de decisiones deben postular criterios respecto a la desestacionalización de series específicas.
- 8) Con base en el punto anterior, deberán establecerse criterios de evaluación.
- 9) Deberán desarrollarse modificaciones a los métodos ya establecidos para el ajuste estacional.
- 10) Debe establecerse un programa de investigación continua sobre los métodos de ajuste estacional. Deberán asignarse plazas para contratar personal y exigir informes de trabajo de manera regular. □

67. D.A. Pierce, "Data Revisions with Moving Average Seasonal Adjustment Procedures", en *Journal of Econometrics*, núm. 14, 1980, pp. 95-114, y K.F. Wallis, "Seasonal Adjustment and Revision...", *op. cit.*

68. D.A. Pierce y W.P. Cleveland, "Seasonal Adjustment Methods for the Monetary Aggregates", en *Federal Reserve Bulletin*, núm. 67, 1981, pp. 875-887.